

## Addendum: Shielding

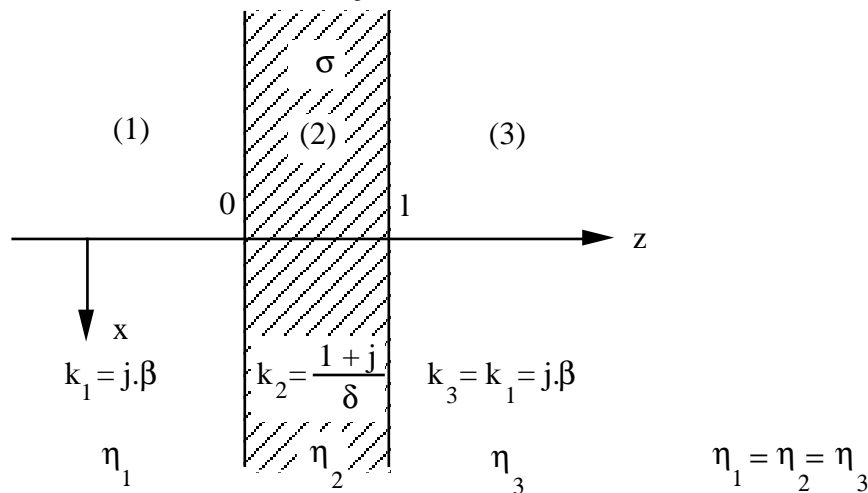
### 5.7 Afscherming van een ruimte met een geleider

Bij hogere frequenties vertonen de geleiders (bedrading) van een kring een antenne-werking, d.w.z. dat de lengte van de geleiders van dezelfde grootteorde kunnen zijn dan de golflengte van het signaal waardoor deze geleiders elektromagnetisch vermogen kunnen uitstralen (zendantenne) onder de gedaante van elektrische of magnetische velden. Omgekeerd de geleiders kunnen ook vermogen uit de invallende elektromagnetische golven opnemen (ontvangstantenne) en hiermee bijkomende stromen of spanningen in de kringen doen ontstaan.

Dit verschijnsel is al lang gekend onder de namen van EMC (Electromagnetic Compatibility) en EMI (Electromagnetic Interference). De liberalisering van de telecommunicatiemiddelen (begin 1990) heeft tot de multiplicatie van de draagbare telecommunicatiesystemen geleid waardoor vele EMC problemen zijn ontstaan.

De enige efficiënte bescherming tegen overspraak en interferentie is het afschermen van de gevoelige kringen; dit is uiterst simpel: verpakt de kring in een metalen doos.

De vraag is nu: hoe dik moet die doos zijn?



Figuur 5.6 : Probleemstelling

Veronderstel dat er in gebied (1) een vlakke gepolariseerde golf bestaat, met voortplantingsrichting  $\mathbf{1}_z$  en polarisatie-richting  $\mathbf{1}_x$ . Men vraagt in (2) een geleider te plaatsen, zodanig dat men in (3) nog slechts een elektromagnetische golf aantreft met een amplitude die kleiner is dan een fractie van de amplitude van de golf in (1).

De algemene vergelijking van het probleem is

$$\Delta \mathbf{E} + \left( \frac{\omega^2}{c^2} - j\omega\mu\sigma \right) \mathbf{E} = 0 \quad (1)$$

Hier wordt dit :

$$\Delta \mathbf{E} - k^2 \mathbf{E} = 0 \quad (2)$$

met

$$k_1 = k_3 = j\beta \text{ voor medium (1) en (3)} \quad (3)$$

de voortplantingscoëfficiënt is hier zuiver imaginair, dus is er geen attenuatie;

en met 
$$k_2 = \frac{1+j}{\delta} \text{ voor medium (2)} \quad (4)$$

de voortplantingscoëfficiënt is hier complex, dus is er wel attenuatie.

Rekening houdende met de polarisatie van de invallende uniforme vlakke golf is  $\mathbf{E} = E(z) \cdot \mathbf{1}_x$  in de drie gebieden, zodat we voor differentiaal vergelijking (2) bekomen:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} - k^2 \mathbf{E} = 0 \quad (5)$$

Steeds in de drie gebieden is de algemene oplossing hiervan:

$$\mathbf{E} = (Pe^{-kz} + Qe^{+kz})\mathbf{1}_x \quad (6)$$

Rekening houdende met de rotationeel vergelijking van Maxwell is de algemene oplossing voor het magnetisch veld :

$$\mathbf{H} = -\frac{jk}{\omega\mu}(Pe^{-kz} - Qe^{+kz})\mathbf{1}_y \quad (7)$$

In medium (1) levert dit

$$\mathbf{E}_1 = (E_{1+}e^{-j\beta z} + E_{1-}e^{+j\beta z})\mathbf{1}_x \quad (8)$$

$$\mathbf{H}_1 = \frac{1}{\eta}(E_{1+}e^{-j\beta z} - E_{1-}e^{+j\beta z})\mathbf{1}_y$$

In medium (2) levert dit

$$\mathbf{E}_2 = \left( Ae^{-\frac{1+j}{\delta}z} + Be^{+\frac{1+j}{\delta}z} \right) \mathbf{1}_x \quad (9)$$

$$\mathbf{H}_2 = \frac{1-j}{\omega\mu\delta} \left( Ae^{-\frac{1+j}{\delta}z} - Be^{+\frac{1+j}{\delta}z} \right) \mathbf{1}_y$$

In medium (3) bestaat er geen gereflecteerde golf:

$$\mathbf{E}_3 = E_{3+}e^{-j\beta z}\mathbf{1}_x \quad (10)$$

$$\mathbf{H}_3 = \frac{1}{\eta}E_{3+}e^{-j\beta z}\mathbf{1}_y$$

De randvoorwaarden in  $z = 0$  zijn :

$$1) \quad \mathbf{E}_{\text{tang}}(\text{in medium 1}) = \mathbf{E}_{\text{tang}}(\text{in medium 2})$$

Bijgevolg:

$$|\mathbf{E}_1(z=0)| = |\mathbf{E}_2(z=0)| = E_{1+} + E_{1-} = A + B \quad (11)$$

$$2) \quad \mathbf{H}_{\text{tang}}(\text{in medium 1}) = \mathbf{H}_{\text{tang}}(\text{in medium 2}) \quad (12)$$

d.w.z. op identischerwijze:

$$\frac{1}{\eta}(E_{1+} - E_{1-}) = \frac{1-j}{\omega\mu\delta}(A - B) \quad (13)$$

$$\text{of} \quad E_{1+} - E_{1-} = -c(A - B) \quad (14)$$

$$\text{met} \quad c = (1-j)d \quad \text{en} \quad d = \frac{\eta}{\omega\mu\delta} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{\omega_c}{\omega}} \quad (15)$$

Voor  $z = l$  geldt dan de randvoorwaarden:

$$3) \quad \mathbf{E}_{\text{tang}}(\text{in medium 2}) = \mathbf{E}_{\text{tang}}(\text{in medium 3}) \quad (16)$$

$$\mathbf{H}_{\text{tang}}(\text{in medium 2}) = \mathbf{H}_{\text{tang}}(\text{in medium 3}) \quad (17)$$

We nemen de verhouding van deze twee betrekkingen in modulus:

$$\frac{|E_2|}{|H_2|} = \frac{|E_3|}{|H_3|} = \frac{(Aa + Bb)}{-p(Aa - Bb)} = \eta \quad (18)$$

met  $a = e^{-\frac{1+j}{\delta}l}$ ;  $b = \frac{1}{a}$  en  $p = \frac{j-1}{\omega\mu\delta} = \frac{j-1}{\eta\sqrt{2}}\sqrt{\frac{\omega}{\omega_c}} = \frac{c}{\eta}$  (19)

Bijgevolg is:

$$Aa + Bb = -\eta p(Aa - Bb) = c(Bb - Aa) \quad (20)$$

We hebben nu een stelsel van drie vergelijkingen in de drie onbekenden  $A$ ,  $B$  en  $E_{1-}$ :

$$\begin{aligned} A + B - E_{1-} &= E_{1+} \\ A - B - \frac{1}{c}E_{1-} &= -\frac{1}{c}E_{1+} \end{aligned} \quad (21)$$

$$a(1+c)A + b(1-c)B + 0E_{1-} = 0$$

De determinant van dit stelsel is:

$$\det = \frac{1}{ac}\Delta \quad \text{met} \quad \Delta = (1-c)^2 - a^2(1+c)^2 \quad (22)$$

Na enkele berekeningen vinden we:

$$E_{1-} = \frac{(1-c^2)(1-a^2)}{\Delta} E_{1+} \quad (23)$$

$$A = \frac{2}{\Delta}(1-c)E_{1+} \quad (24)$$

$$B = -\frac{2}{\Delta}(1+c)a^2E_{1+} \quad (25)$$

Uit  $E_2(z=l) = E_3(z=l)$  volgt:

$$E_{3+} = e^{+j\beta l}(Aa + Bb) = -\frac{4ac}{\Delta}e^{+j\beta l}E_{1+} \quad (26)$$

Bijgevolg is:

$$\frac{E_{3+}}{E_{1+}} = -\frac{4(1-j)d}{\Delta} e^{-\frac{l}{\delta}} e^{j\left(\beta - \frac{1}{\delta}\right)l} \quad (27)$$

en hieruit de kwadraat van de modulus:

$$\left|\frac{E_{3+}}{E_{1+}}\right|^2 = \frac{32d^2}{|\Delta|^2} e^{-\frac{2l}{\delta}} \quad (28)$$

We vinden de verwachte exponentiële demping in de oplossing terug, evenals een evenredigheidsfactor.

In MatLab geprogrammeerd geeft dat:

```
*****
% Shielding.m
%
% Simulation of the attenuation due to a layer of metal on
% an incident plane wave under normal incidence
% Written on PC by Alain Barel on 3Sep2004.
clear all
clf;
```

```

% General
muzero = 4*pi*1e-7;
epsilonzero = (1/(36*pi))*1e-9;
j = sqrt(-1);

% Frequency
freq = 1e6;
omega = 2*pi*freq;

% Properties of the conductor: copper
el = 0.252e-3; % thickness
murelative = 1;
mu = murelative*muzero;
sigma = 58e6; % conductivity

omegacrit = sigma/epsilonzero;
delta = sqrt(2/(omega*mu*sigma));
a = exp(-(1+j)*el/delta);
d = sqrt(omegacrit/(2*omega));
c = (1-j)*d;
Det = ((1-c)^2)-((a*(1+c))^2);
Attenuation = 10*log10(32*(d^2)*exp(-2*el/delta)/(abs(Det)^2))
*****

```

Na verdere uitwerking kan de uitdrukking (28) simpelder gemaakt worden enkel voor de afscherming met een dunne plaat  $\frac{l}{\delta} < 0.1$  tot de volgende formule:

$$\left| \frac{E_{3+}}{E_{1+}} \right|^2 = \frac{2 \frac{\omega}{\omega_c}}{\left( \frac{l}{\delta} \right)^2} \quad (29)$$

We besluiten dat een dunne geleider zich meestal gedraagt als een perfecte geleider: het verschijnsel is geen exponentiële demping, wel het opwekken van geïnduceerde stromen die het veld sterk afzwakken.

#### References:

Handbook of Electromagnetic Compatibility , Reinaldo Perez, pp401-420, Academic Press 1995, ISBN 0 12 550710 0.

EMC: Electromagnetic Theory to Practical Design , Paul Chatterton and Michael Houlden, John Wiley 1992, ISBN 0 471 92878 X.